Technische Universität Berlin

Wirtschaftliche Grundlagen, WiSe 2026/27

Folien 2: Kostenorientierte Produktionsplanung

Prof. Tom Brown, Dr. Fabian Neumann
Fachgebiet Digitaler Wandel in Energiesystemen
Institut für Energietechnik, TU Berlin

Unless otherwise stated, graphics and text are Copyright © Tom Brown, 2018–2026. Material for which no other attribution is given is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International Licence.

Inhalt

1. Kosten und Produktionsentscheidungen

2. Deckungsbeitragsrechnung

3. Kostenkurven und optimales Angebot

4. Monopol und Wohlfahrt

5. Cournot-Oligopol

Kosten und Produktionsentscheidungen

Typische Fragen der Produktionsplanung

- Die Kosten hängen von der produzierten Menge ab. Welche Menge maximiert den **Gewinn** einer Firma?
- Der Umsatz muss langfristig sowohl **variable Kosten** (Material, Energie) als auch **Fixkosten** (Gebäude, Mieten, Zinsen) decken. Wie unterscheiden sich diese Kostenklassen?
- Wie unterscheiden sich Produktionsentscheidungen im **Polypol**, im **Monopol** und im **Oligopol**?

Variable Kosten und Fixkosten

- **Fixkosten** sind unabhängig von der Produktionsmenge Q. Sie fallen kurzfristig auch bei $Q = 0$ an. Die Fixkosten können nicht verursachergerecht auf die Stückkosten umgelegt werden.
- Beispiele: Gebäudemieten, Zinsen, Löhne fest angestellter Beschäftigter sowie Wartung und Instandhaltung von Maschinen.
- **Variable Kosten** hängen von der Produktionsmenge Q ab. Variable Kosten steigen mit der Menge und verschwinden bei $Q = 0$. Die variablen Kosten lassen sich verursachergerecht auf die Produkteinheiten verteilen.
- Beispiele: Material, Energie, Rohstoffe und mengenabhängig zugekaufte Leistungen.

Variable Kosten und Fixkosten: Beispiele

Produkt	Variable Kosten	Fixkosten
Buch	Papier, Klebstoff	Aufwand der Autor*innen, Verlagsmieten
E-Book	Fast keine	Aufwand der Autor*innen, Verlagsmieten
Kohlestrom	Brennstoff, CO_2-Zertifikate	Finanzierung des Kraftwerks, Löhne, Mieten, Wartung
Windstrom	Fast keine	Finanzierung der Anlage, Landpacht, Wartung
Dose	Material, Energie	Finanzierung der Fabrik, Löhne, Mieten, Wartung
Impfstoff	Material, Verpackung	Forschung und Entwicklung, Finanzierung der Fabrik

Eine Gesellschaft ohne variable Kosten?

Viele neue Produkte haben geringe variable Kosten:

- Internet-Dienstleistungen: E-Books, YouTube, Netflix, Wikipedia
- Strom aus Wind und Solar
- Elektroautos mit erneuerbarem Strom
- Massive Open Online Courses (MOOCs)
- Automatisierung und künstliche Intelligenz

Geringe variable Kosten bedeuten nicht, dass die Bereitstellung insgesamt kostenlos ist.
Wer die Produktion besitzt, kann mit Netzwerk-Effekten viele Kund*innen erreichen und hohe Gewinne erzielen.



Quelle: Jeremy Rifkin, 2014

Kurz- und langfristige Entscheidungen

- **Kurze Frist:** Alle Produktionskapazitäten stehen fest. Entscheidungen über Investitionen in Gebäude, Maschinen, Personalbestand, usw., wurden schon getätigt und können nicht geändert werden. Nur die produzierte Menge kann angepasst werden.
- **Lange Frist:** Neue Investitionen, Erweiterungen oder Stilllegungen verändern auch die Produktionskapazitäten.

Heute: **kurzfristige Produktionsentscheidungen**.

Die Vorlesung *Investitionen* behandelt langfristige Entscheidungen.

Entscheidend: Kurzfristig unvermeidbare Fixkosten ändern sich nicht mit der produzierten Menge.

Fallbeispiel Slovalco: Wenn Strom zu teuer wird

August 2022, Slowakei: Slovalco kündigt den Stopp der Primäraluminiumproduktion an.

- Kapazität: 175 000 Tonnen pro Jahr.
- Hohe Strompreise und ungünstige Rahmenbedingungen; der Stromvertrag läuft Ende 2022 aus.
- Hydro erwartet hohe Verluste bei einer Fortsetzung über 2022 hinaus.

Sollte ein Unternehmen bei Verlusten immer sofort die Produktion einstellen?



Aluminiumstandort Žiar nad Hronom: ZSNP-Gelände, Aufnahme von 2006.

Quelle: **Szeder László**, 2006

Deckungsbeitragsrechnung

Vollkostenrechnung

Technische Universität Berlin

Ein Unternehmen stellt drei Produkte her. Sollte es die Produktion anpassen?

	A	B	C
Umsatz	800	500	700
Variable Kosten	350	150	400
Fixkosten	150	150	500
Gesamtkosten	500	300	900
Betriebsergebnis	300	200	−200
Gesamtergebnis		**300**	

Vollkostenrechnung ohne Produkt C

Die Fixkosten bleiben kurzfristig bestehen, auch wenn C eingestellt wird.

	A	B	C
Umsatz	800	500	0
Variable Kosten	350	150	0
Fixkosten	150	150	500
Gesamtkosten	500	300	500
Betriebsergebnis	300	200	−500
Gesamtergebnis		**0**	

Der **Deckungsbeitrag** zeigt, wie viel jedes Produkt zur Deckung der Fixkosten beiträgt.

	A	B	C
Umsatz	800	500	700
Variable Kosten	350	150	400
Deckungsbeitrag	450	350	**300**
Gesamtdeckungsbeitrag		1100	
Fixkosten		800	
Gesamtergebnis		**300**	

Prinzip der Deckungsbeitragsrechnung

Vollkostenrechnung

Für die Preiskalkulation werden alle periodengerechten Kosten erfasst und den Kostenträgern zugewiesen.

Umsatzerlöse
− variable Kosten
− fixe Kosten
= Periodengewinn

Teilkostenrechnung

Für kurzfristige Entscheidungen werden variable Kosten mit den am Markt erzielbaren Erlösen verglichen.

Umsatzerlöse
− variable Kosten
= Deckungsbeitrag I

Der Deckungsbeitrag I dient zur **Deckung der Fixkosten und des Gewinns**.

Beispiel für die Deckungsbeitragsrechnung

	Produkt 1	Produkt 2	Summe
Umsatz	50 000	42 000	92 000
Abzüglich variable Kosten	−34 000	−20 000	−54 000
Deckungsbeitrag I	16 000	22 000	38 000
Abzüglich produktspezifische Fixkosten	−20 000	−12 000	−32 000
Deckungsbeitrag II	−4 000	10 000	6 000

Wenn die Firma mehrere Produkte hat, bildet man den **Deckungsbeitrag II**:

$$\text{DB II} = \text{DB I} - \text{produktspezifische Fixkosten}$$

Produkt-spezifische Fixkosten oder **Produktionsfixkosten** sind Fixkosten, die durch das Produkt verursacht werden, z.B. direkt zurechenbare Werbung, Entwicklung und andere Produktionsfixkosten.

DB II trägt zur Deckung der **übrigen Unternehmensfixkosten** bei, die sich nicht bestimmten Produkten zuordnen lassen, etwa Imagewerbung, Büromieten und Personalverwaltung.

Ziele der Deckungsbeitragsrechnung

- Kurzfristige Entscheidungen für Produktion, Beschaffung und Vertrieb
- Bestimmung von Preisuntergrenzen
- Vergleichbarkeit von Produktgruppen
- Programmoptimierung: gewinnmaximaler Produktionsplan
- Kostentransparenz in hierarchischen Mehrebenensystemen

Deckungsbeitrag: Zusammenfassung

Generell ist der **Deckungsbeitrag** die Differenz zwischen dem Erlös und den variablen Kosten, die zur Deckung der Fixkosten dient:

$$\begin{aligned} \text{Deckungsbeitrag} &= \text{Erlös} - \text{Kosten}_{\text{var}}, \\ \text{Gewinn} &= \text{Deckungsbeitrag} - \text{Kosten}_{\text{fix}}. \end{aligned}$$

Für ein Mehrproduktunternehmen kann man mehrstufige **Deckungsbeiträge** definieren:

$$\begin{aligned} \text{DB I}_i &= \text{Erlös}_i - \text{Kosten}_{\text{var},i}, \\ \text{DB II}_i &= \text{DB I}_i - \text{Produktionsfixkosten}_i, \\ \text{Gewinn} &= \sum_i \text{DB II}_i - \text{Unternehmensfixkosten}. \end{aligned}$$

Unternehmensfixkosten lassen sich keinem einzelnen Produkt, keiner Produktsparte oder einzelnen Kostenstelle zurechnen.

Fallbeispiel Aluminium: Weiterproduzieren trotz Verlust?

Vereinfachtes Rechenbeispiel – keine Unternehmensdaten.

Wir vergleichen 1 000 t Produktion pro Periode mit Stillstand ($Q = 0$). Aluminiumpreis: 2 500 EUR/t; Strombedarf: 15 MWh/t; sonstige variable Kosten: 1 000 EUR/t. Umsatzerlös: 2 500 000 EUR pro Periode. Fixkosten: 300 000 EUR pro Periode, auch bei Stillstand.

Strompreis (EUR/MWh)	Var. Kosten (EUR/t)	DB (Tsd. EUR)	Gewinn (Tsd. EUR)	Bessere Alternative im Modell
60	1 900	600	300	Produzieren
90	2 350	150	−150	Produzieren
120	2 800	−300	−600	Stillstand

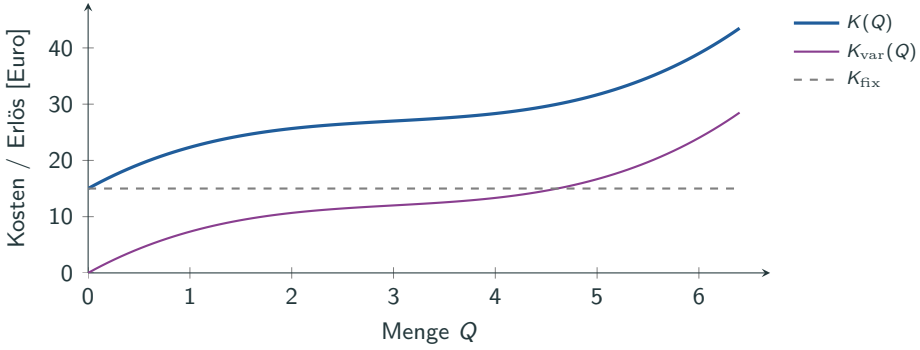
DB und Gewinn gelten jeweils für 1 000 t. Bei Stillstand: $\Pi = -300\,000$ EUR.

Bei 90 EUR/MWh verringert die Produktion den Verlust: Der DB ist positiv!

Eigene Beispielrechnung; Anfahr- und Stilllegungskosten bleiben unberücksichtigt.

Kostenkurven und optimales Angebot

Gesamtkostenfunktion



Gesamtkosten = Fixkosten + variable Kosten

$$K(Q) = K_{\text{fix}} + K_{\text{var}}(Q)$$

Variable und fixe Kosten

- **Fixkosten K_{fix}:** unabhängig von Q, kurzfristig auch bei Stillstand zu zahlen.
- **Variable Kosten $K_{\text{var}}(Q)$:** abhängig von Q; im Modell gilt $K_{\text{var}}(0) = 0$.

$$\boxed{K(Q) = K_{\text{fix}} + K_{\text{var}}(Q)}$$

Durch die Division durch $Q > 0$ erhält man die **Stückkosten**:

$$\frac{K(Q)}{Q} = \frac{K_{\text{fix}}}{Q} + \frac{K_{\text{var}}(Q)}{Q}.$$

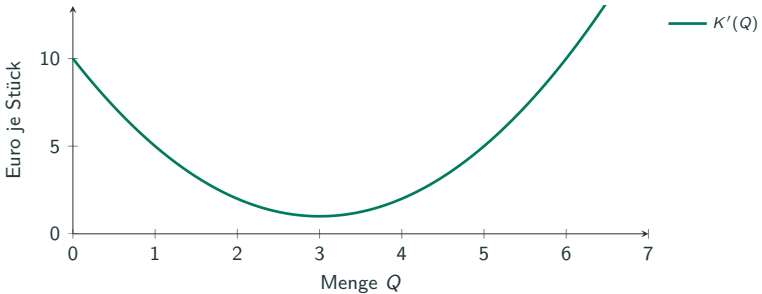
Bei höherer Produktion verteilen sich dieselben Fixkosten auf mehr Einheiten.

Grenzkostenfunktion

Die **Grenzkosten** beschreiben die zusätzlichen Kosten einer weiteren Produktionseinheit:

$$K'(Q) = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}Q} = \frac{\mathrm{d}K_{\mathrm{var}}}{\mathrm{d}Q}.$$

Die Grenzkosten hängen nur von den variablen Kosten ab. Grenzkosten werden verwendet, um die inverse Angebotsfunktion zu bilden.



Produktionsschwelle

Der **Erlös** (auch Umsatz, Umsatzerlös) bezeichnet die Einnahmen von der verkauften Menge Q

$$E = p \cdot Q$$

Die **Produktionsschwelle** ist der niedrigste Preis, bei dem der Erlös die variablen Kosten decken kann:

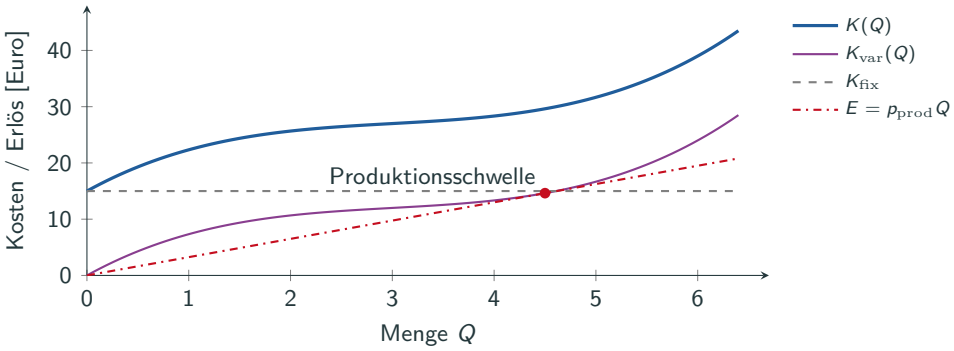
$$p_{\text{prod}} = \min_{Q>0} \frac{K_{\text{var}}(Q)}{Q}.$$

Die Produktionsschwelle befindet sich am Minimum der **durchschnittlichen variablen Kosten** oder **variablen Stückkosten** $\frac{K_{\text{var}}(Q)}{Q}$. An der Schwelle gilt ($\Pi$ ist der Periodengewinn):

$$E = K_{\text{var}}, \qquad \text{DB} = 0, \qquad \Pi = -K_{\text{fix}}.$$

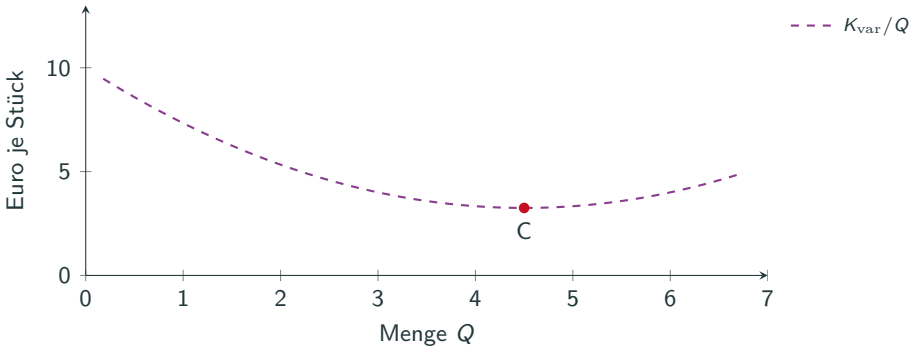
- Unterhalb der Schwelle: Produktion einstellen.
- Oberhalb: Produktion kann zur Deckung der Fixkosten beitragen.
- Genau an der Schwelle: Produktion und Stillstand ergeben denselben Verlust, sofern keine weiteren Anfahr- oder Stilllegungskosten anfallen.

Produktionsschwelle: Erlös und variable Kosten



$$p_{\mathrm{prod}} Q_{\mathrm{prod}} = K_{\mathrm{var}}(Q_{\mathrm{prod}})$$

Produktionsschwelle am Minimum der variablen Stückkosten



C: Produktionsschwelle, $p_{\mathrm{prod}} = \min_{Q>0} K_{\mathrm{var}}(Q)/Q$.

Produktionsschwelle: Herleitung

Am Minimum der variablen Stückkosten gilt:

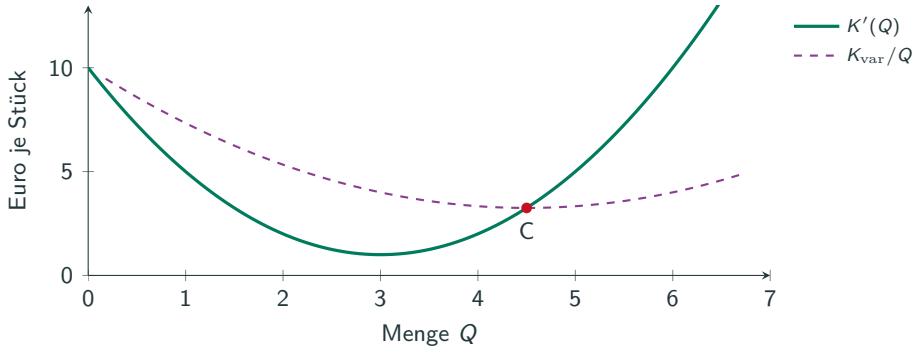
$$0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q}\left(\frac{K_{\mathrm{var}}}{Q}\right) = \frac{1}{Q}\frac{\mathrm{d}K_{\mathrm{var}}}{\mathrm{d}Q} - \frac{K_{\mathrm{var}}}{Q^2} = \frac{1}{Q}\left(\frac{\mathrm{d}K_{\mathrm{var}}}{\mathrm{d}Q} - \frac{K_{\mathrm{var}}}{Q}\right).$$

An der Produktionsschwelle sind **variable Stückkosten und Grenzkosten gleich**:

$$\boxed{\frac{K_{\mathrm{var}}}{Q} = \frac{\mathrm{d}K_{\mathrm{var}}}{\mathrm{d}Q} = K'(Q)}$$

Dabei ist $Q > 0$ die produzierte und verkaufte Menge.

Produktionsschwelle: Grenz- und Stückkosten



C: $K_{\text{var}}/Q = K'(Q) = p_{\text{prod}}$.

Gewinnschwelle

An der **Gewinnschwelle** (auch Nutzenschwelle, break-even point) deckt der Erlös genau die Gesamtkosten:

$$E = p_{\text{Gewinn}} Q = K_{\text{fix}} + K_{\text{var}}(Q), \qquad \Pi = 0.$$

Die Gewinnschwelle befindet sich am Minimum der **Durchschnittskosten** oder **Stückkosten**

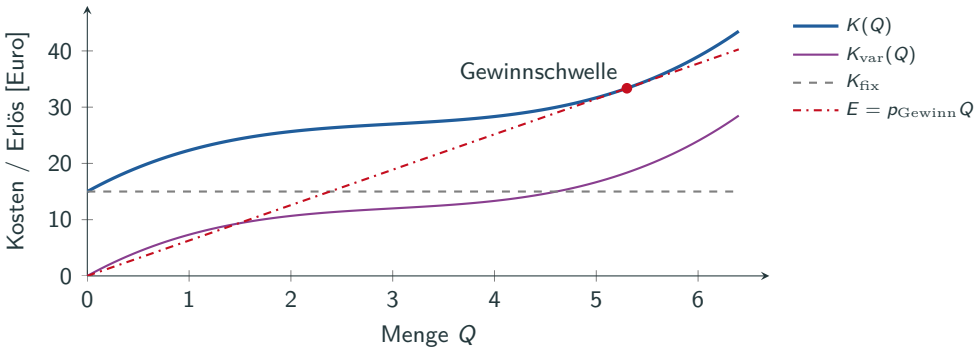
$$p_{\text{Gewinn}} = \min_{Q>0} \frac{K(Q)}{Q}.$$

Der Deckungsbeitrag entspricht der Höhe der Fixkosten.

Produktion fortsetzen oder nicht?

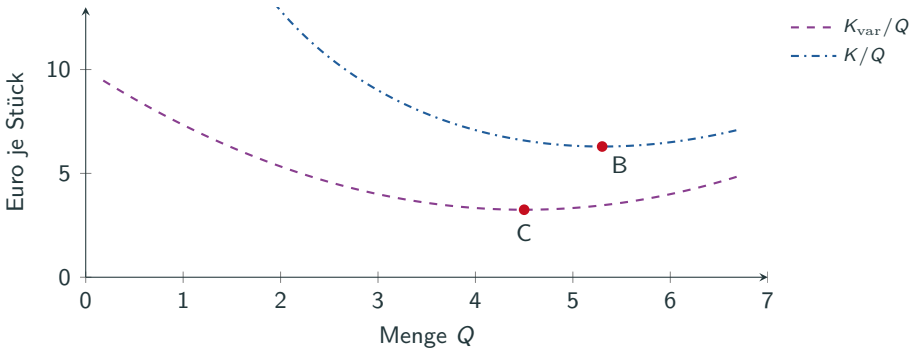
- $\text{DB} \geq K_{\text{fix}}$: alle Kosten sind gedeckt.
- $0 < \text{DB} < K_{\text{fix}}$: kurzfristig weiterproduzieren; langfristig Kosten und Kapazität überprüfen.
- $\text{DB} < 0$: Stillstand verringert den Verlust im betrachteten kurzfristigen Modell. Produktion einstellen.

Gewinnschwelle: Erlös und Gesamtkosten



$$p_{\text{Gewinn}} Q_{\text{Gewinn}} = K(Q_{\text{Gewinn}})$$

Gewinnschwelle am Minimum der gesamten Stückkosten



B: Gewinnschwelle. C: Produktionsschwelle.

Gewinnschwelle: Herleitung

Am inneren Minimum der durchschnittlichen Gesamtkosten gilt:

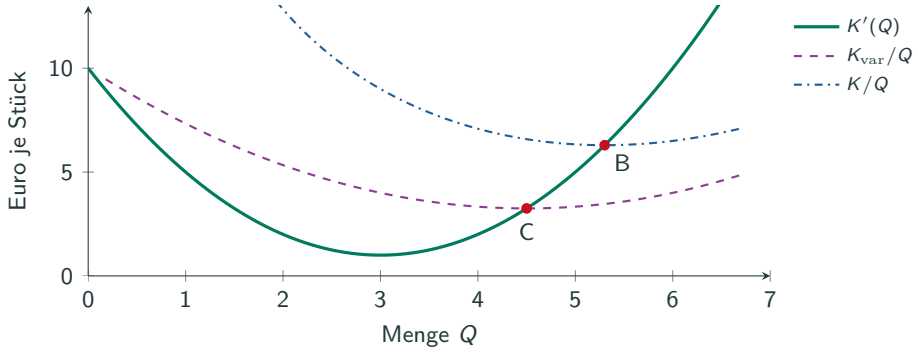
$$0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q}\left(\frac{K}{Q}\right) = \frac{1}{Q}\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}Q} - \frac{K}{Q^2} = \frac{1}{Q}\left(\frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}Q} - \frac{K}{Q}\right).$$

Daraus folgt:

$$\boxed{\frac{K}{Q} = \frac{\mathrm{d}K}{\mathrm{d}Q}}$$

An der Gewinnschwelle sind **durchschnittliche Gesamtkosten und Grenzkosten gleich**.

Gewinnschwelle und Produktionsschwelle



B: $K/Q = K'(Q)$. C: $K_{\text{var}}/Q = K'(Q)$.

Polypol: Gewinnmaximale Angebotsstrategie

Im Polypol ist die Firma **Preisnehmerin**: p ist gegeben. Als **Mengenanpasserin** passt sie die Menge an, um den **Periodengewinn** $\Pi(Q)$ zu maximieren:

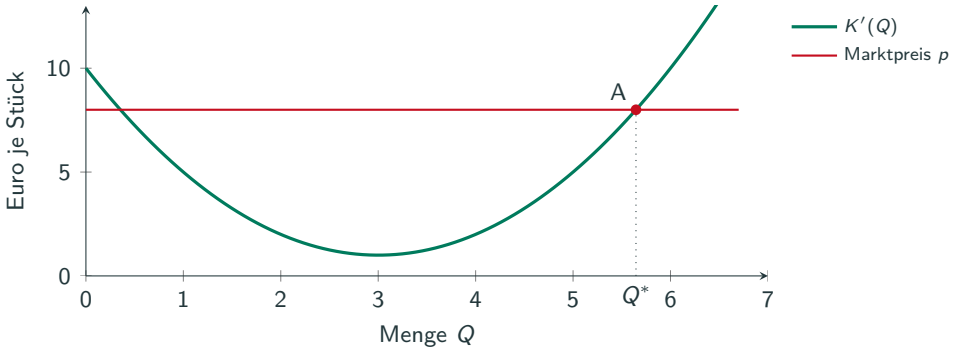
$$\max_{Q \geq 0} \Pi(Q) = p \cdot Q - K(Q)$$

Fürs Maximum:

$$0 = \frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}Q} = \underbrace{\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}Q}}_{=0} Q + p - K'(Q) \quad \Rightarrow \quad \boxed{p = K'(Q)}.$$

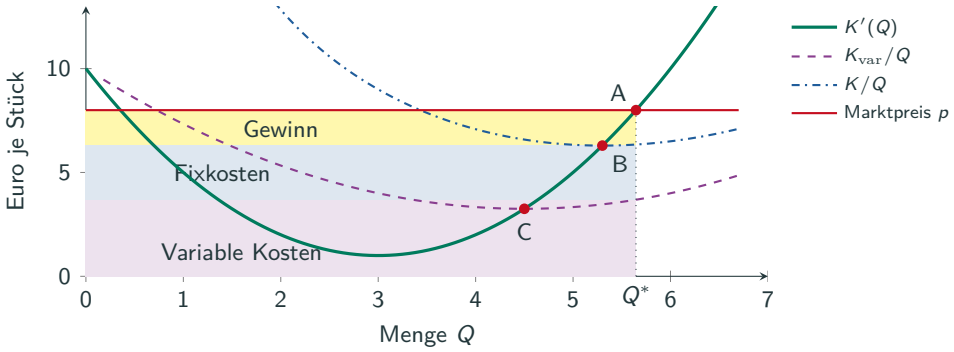
Grenzkosten-Preis-Regel: Am gewinnmaximierenden Punkt sind Grenzkosten und Preis gleich.

Angebot eines Mengenanpassers



A: $p = K'(Q^*)$ auf dem steigenden Ast.

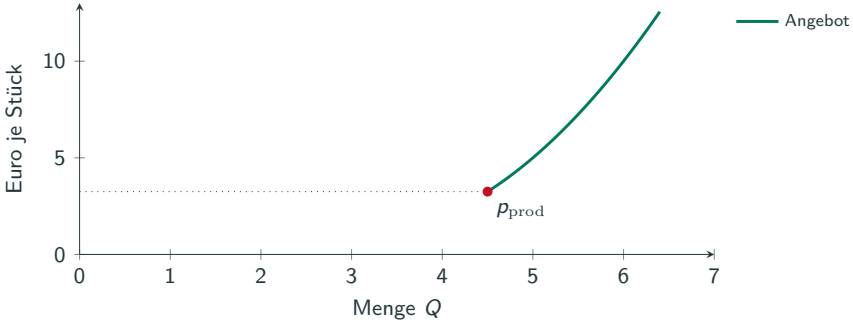
Umsatz, Kosten und Gewinn



A: Gewinnmaximum; B: Gewinnschwelle; C: Produktionsschwelle.

$$pQ^* = K_{\text{var}}(Q^*) + K_{\text{fix}} + \Pi(Q^*)$$

Inverse Angebotsfunktion eines Mengenanpassers



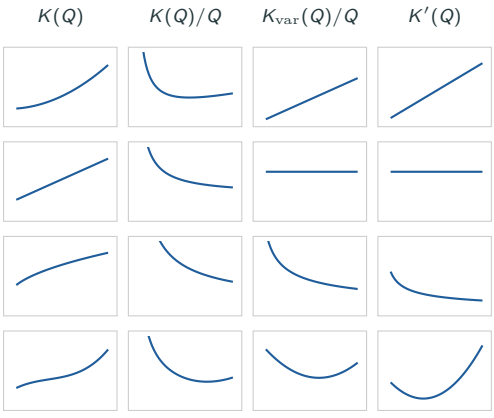
Die inverse Angebotsfunktion folgt den steigenden Grenzkosten **ab der Produktionsschwelle**.
Für $p < p_{\text{prod}}$ gilt $Q^* = 0$.

Begriffe der Kostenrechnung

Begriff	Formel	Bedeutung
Grenzkosten	$K'(Q)$	Kosten einer zusätzlichen Einheit
Durchschnittskosten	$K(Q)/Q$	Gesamtkosten je Einheit
Variable Stückkosten	$K_{\text{var}}(Q)/Q$	Variable Kosten je Einheit
Fixe Stückkosten	K_{fix}/Q	Verteilte Fixkosten je Einheit

Bei linearen variablen Kosten $K_{\text{var}}(Q) = cQ$ sind variable Stückkosten und Grenzkosten gleich: $K_{\text{var}}/Q = K'(Q) = c$.

Arten von Kostenkurven



Progressiv: sinkende Fertigungseffizienz, etwa Überstunden, knappe Ackerflächen oder teurere Kraftwerke.

Linear: konstante variable Stückkosten, etwa Material ohne Skaleneffekte.

Degressiv: steigende Fertigungseffizienz durch effizientere Maschinen oder Lerneffekte.

Gemischt: zunächst degressiv, dann progressiv, etwa bei einem Dieselgenerator.

Beispiel: Aufgabe 4.2a

Gesamtkostenfunktion	$K(Q) = \frac{1}{3}Q^3 - 2Q^2 + 5Q + 15$
Fixkosten	$K_{\text{fix}} = 15$
Variable Kosten	$K_{\text{var}}(Q) = \frac{1}{3}Q^3 - 2Q^2 + 5Q$
Grenzkosten	$K'(Q) = Q^2 - 4Q + 5$
Durchschnittskosten	$\frac{K(Q)}{Q} = \frac{1}{3}Q^2 - 2Q + 5 + \frac{15}{Q}$
Variable Stückkosten	$\frac{K_{\text{var}}(Q)}{Q} = \frac{1}{3}Q^2 - 2Q + 5$

Beispiel: Aufgabe 4.2b

Welche Angebotsmenge maximiert den Gewinn bei einem Marktpreis von $p = 10$?

$$\begin{aligned} 10 = p = K'(Q) &= Q^2 - 4Q + 5 \\ \Rightarrow \quad Q^2 - 4Q - 5 &= 0 \\ \Rightarrow \quad (Q-2)^2 &= 9 \\ \Rightarrow \quad Q &= 2 \pm 3. \end{aligned}$$

Ergebnis: $Q^* = 5$. Die Lösung $Q = -1$ ist nicht zulässig.

Hier gilt $K''(5) = 6 > 0$. Außerdem ist $\Pi(5) = 55/3 > -15 = \Pi(0)$.

Beispiel: Aufgabe 4.2d

Unterhalb welchen Preises sollte die Produktion eingestellt werden?

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q}\left(\frac{K_{\mathrm{var}}}{Q}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q}\left(\frac{1}{3}Q^2 - 2Q + 5\right) = \frac{2}{3}Q - 2 = 0.$$

Damit gilt:

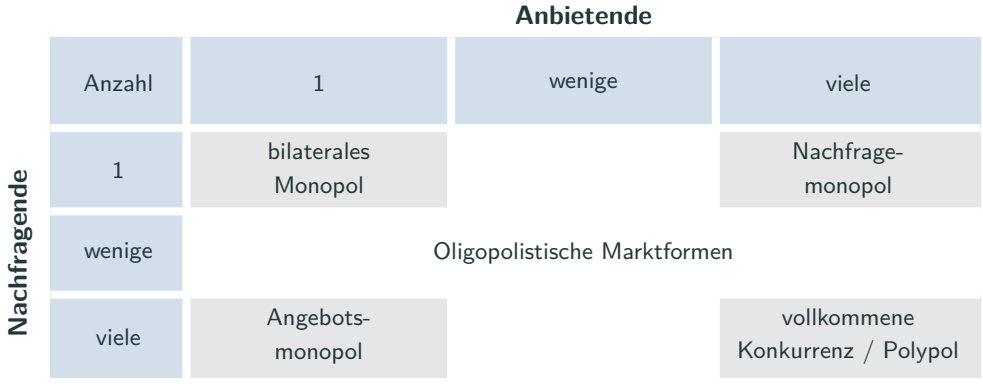
$$Q_{\mathrm{prod}} = 3, \qquad \boxed{p_{\mathrm{prod}} = \frac{K_{\mathrm{var}}(3)}{3} = 2}.$$

Alternative: $K_{\mathrm{var}}/Q = K'(Q)$ lösen.

Bei $p < 2$ wird nicht produziert. Bei $p = 2$ sind Stillstand und Produktion von $Q = 3$ gleichwertig.

Monopol und Wohlfahrt

Grundlegende Marktformen



Vollkommene Konkurrenz setzt zusätzlich unter anderem homogene Güter, vollständige Information und freien Marktzutritt voraus.

Gewinnmaximales Angebot im Monopol

Im **Monopol** kann der Anbieter den Preis $p(Q)$ beeinflussen, um seinen Gewinn zu maximieren. Der Preis ist nicht mehr extern gegeben.

$$\max_{Q \geq 0} \Pi(Q) = p(Q)Q - K(Q)$$

Die Bedingung für ein Gewinnmaximum lautet „Grenzerlös gleich Grenzkosten":

$$0 = \frac{d\Pi}{dQ} = \frac{d(pQ)}{dQ} - \frac{dK}{dQ} = \frac{dp}{dQ}Q + p(Q) - \frac{dK}{dQ} = p\left(1 + \frac{dp}{dQ}\frac{Q}{p}\right) - \frac{dK}{dQ}$$

Mit der Preiselastizität der Nachfrage $\eta_{p,Q} = \frac{dQ}{dp}\frac{p}{Q}$:

$$\boxed{K'(Q) = \frac{dK}{dQ} = p\left(1 + \frac{1}{\eta_{p,Q}}\right).}$$

Für $\eta_{p,Q} < 0$ gilt $K'(Q) < p$. Der Preis liegt **über den Grenzkosten**.

Preiselastizität der Nachfrage

$$\eta_{p,Q} = \frac{\mathrm{d}Q_N}{\mathrm{d}p}\frac{p}{Q_N} = \frac{\text{relative Änderung der Nachfragemenge}}{\text{relative Änderung des Preises}}.$$

$-1 < \eta_{p,Q} \leq 0$ Unelastische Nachfrage

$-\infty < \eta_{p,Q} < -1$ Elastische Nachfrage

Je größer der Betrag der Elastizität, desto stärker reagiert die Menge auf eine Preisänderung.

Die Nachfrage nach einem einzelnen Produkt ist häufig elastischer als die nach einer ganzen Produktgruppe, weil mehr Substitute verfügbar sind.

Spezialfall: Lineare Preis-Absatz-Funktion

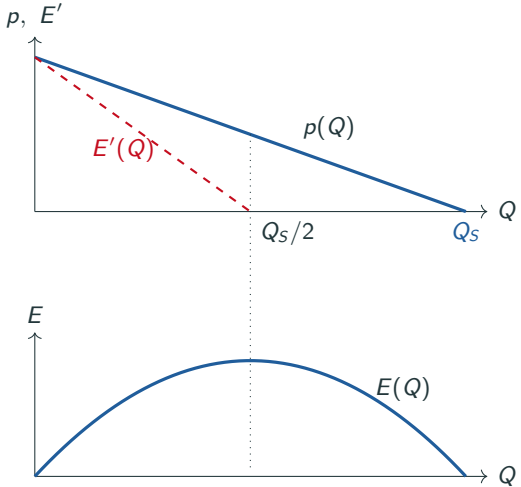
Für $a > 0$, $b > 0$ und $0 \leq Q \leq a/b$:

$$
\begin{aligned}
p(Q) &= a - bQ && \text{inverse Nachfrage / Preis-Absatz-Funktion,} \\
E(Q) = p(Q) \cdot Q &= aQ - bQ^2 && \text{Erlös,} \\
E'(Q) &= a - 2bQ && \text{Grenzerlös.}
\end{aligned}
$$

Die Grenzerlöskurve hat denselben Achsenabschnitt a wie die inverse Nachfrage, aber die **doppelte negative Steigung** der Preis-Absatz-Funktion.

$$\boxed{a - 2bQ = K'(Q)}$$ am Gewinnmaximum des Monopolisten.

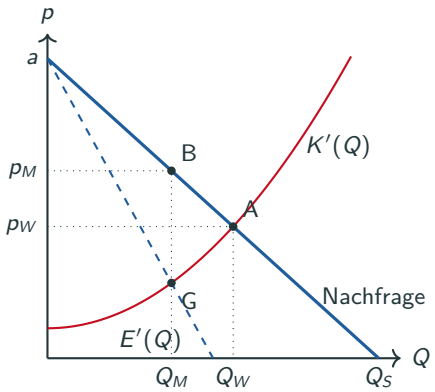
Lineare Nachfrage, Grenzerlös und Erlös



$Q_S = a/b$: Sättigungsmenge.

- $Q < Q_S/2$: elastischer Bereich, $\eta_{p,Q} < -1$
- $Q = Q_S/2$: isoelastischer Punkt, $\eta_{p,Q} = -1$, Erlösmaximum
- $Q > Q_S/2$: unelastischer Bereich, $\eta_{p,Q} > -1$

Monopolpreisbildung



Monopol

1. Menge Q_M aus $E'(Q_M) = K'(Q_M)$ bestimmen (G).
2. Preis $p_M = p(Q_M)$ an der Nachfrage ablesen (B).

Wettbewerb

Bei A gilt $p(Q_W) = K'(Q_W)$.

$Q_M < Q_W, \qquad p_M > p_W.$

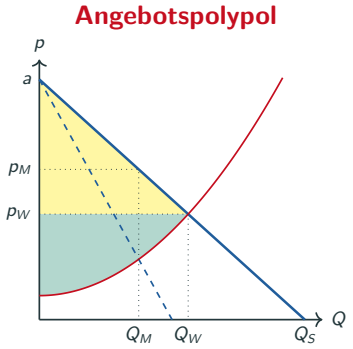
Konsumentenrente und Produzentenrente

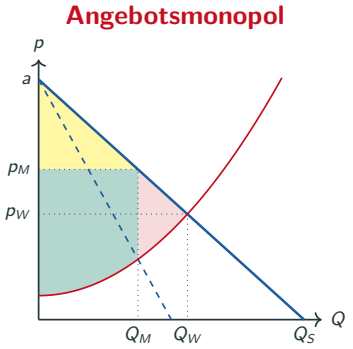
- **Konsumentenrente:** Zahlungsbereitschaft der Käufer*innen abzüglich ihrer tatsächlichen Ausgaben. Im Diagramm: Fläche unter der Nachfrage und über dem Marktpreis.
- **Produzentenrente:** Erlös abzüglich der variablen Kosten. Im Diagramm: Fläche über den Grenzkosten und unter dem Marktpreis bis zur verkauften Menge.

$$\text{Produzentenrente} = pQ - K_{\text{var}}(Q), \qquad \Pi = \text{Produzentenrente} - K_{\text{fix}}.$$

Günstiger produzierende Anbieter erzielen einen höheren Überschuss. Dieser muss zunächst ihre Fixkosten decken, bevor ein Gewinn verbleibt.

Polypol gegenüber Monopol





Gelb: Konsumentenrente. Grün: Produzentenrente. Rot: Wohlfahrtsverlust.

Das Monopol erhöht seine Produzentenrente durch eine geringere Menge und einen höheren Preis. Die gesamte Wohlfahrt sinkt.

Polypol gegenüber Monopol: Spezialfall linearer Kosten

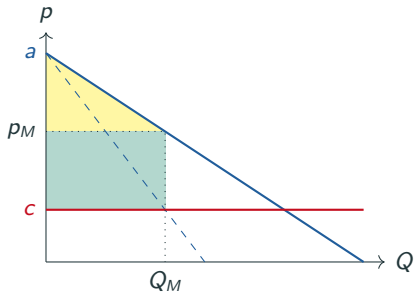
Wir nehmen an, dass alle Anbietenden lineare Kostenfunktionen $K_i(Q_i) = c \cdot Q_i$ haben. Die inverse Nachfrage lautet $p(Q) = a - bQ$, mit $a > c \geq 0, b > 0$. Wie bilden sich die Preise im Polypol und Monopol?

Angebotspolypol



$$p_W = c, \qquad Q_W = \frac{a-c}{b}.$$

Angebotsmonopol



$$p_M = \frac{a+c}{2}, \qquad Q_M = \frac{a-c}{2b}.$$

Cournot-Oligopol

Cournot-Oligopol und Cournot-Duopol

Cournotsches Oligopolmodell: Verhalten zweier oder mehrerer Konkurrenten auf einem unvollkommenen Markt, auf dem die Angebotsmenge die „strategische Variable“ ist. Jede Firma maximiert ihren Gewinn bei gegebenen Mengen der anderen Firmen.

Annahmen:

- Feste Anzahl von Anbietenden; im Duopol genau zwei
- Homogenes Gut und vollständige Information über das Modell
- Gleichzeitige Mengenentscheidungen
- Keine Kooperation oder Absprache zwischen den Firmen
- Jede Firma berücksichtigt ihren Einfluss auf den Marktpreis

Im Modell lassen sich Monopol und Polypol als Grenzfälle vergleichen.

Duopol: Kosten, Nachfrage und Gewinn

Zwei identische Firmen produzieren die Mengen Q_1 und Q_2 mit linearen Kostenfunktionen:

$$K_1(Q_1) = cQ_1, \qquad K_2(Q_2) = cQ_2.$$

Die inverse Nachfrage hängt von der **Gesamtmenge** ab:

$$p(Q_1 + Q_2) = a - b(Q_1 + Q_2), \qquad a > c, \quad b > 0.$$

Die Gewinne sind:

$$\Pi_1(Q_1, Q_2) = p(Q_1 + Q_2) \cdot Q_1 - K_1(Q_1),$$
$$\Pi_2(Q_1, Q_2) = p(Q_1 + Q_2) \cdot Q_2 - K_2(Q_2).$$

Duopol: Herleitung des Gleichgewichts

Jede Firma hält bei ihrer Optimierung die Menge der anderen Firma konstant:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = a - c - 2bQ_1 - bQ_2 = 0,$$
$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} = a - c - bQ_1 - 2bQ_2 = 0.$$

Subtraktion der Gleichungen liefert $Q_1 = Q_2$. Einsetzen ergibt:

$$\boxed{Q_1^* = Q_2^* = \frac{a-c}{3b}}, \qquad \boxed{p^* = \frac{a+2c}{3}}.$$

Die Gesamtmenge beträgt $Q^* = Q_1^* + Q_2^* = 2(a-c)/(3b)$. Wegen $\partial^2 \Pi_i / \partial Q_i^2 = -2b < 0$ maximiert jede Firma ihren Gewinn.

Vergleich: Monopol, Duopol, Oligopol, Polypol

Für identische Firmen mit $K_i(Q_i) = cQ_i$ und $p(Q) = a - bQ$ kann man mit dem Cournotschen Ansatz zwischen Monopol und Polypol interpolieren:

Marktform	Firmen	Preis	Menge je Firma	Gesamtmenge
Monopol	1	$\frac{a+c}{2}$	$\frac{a-c}{2b}$	$\frac{a-c}{2b}$
Duopol	2	$\frac{a+2c}{3}$	$\frac{a-c}{3b}$	$\frac{2(a-c)}{3b}$
Oligopol	N	$\frac{a+Nc}{N+1}$	$\frac{a-c}{b(N+1)}$	$\frac{N(a-c)}{b(N+1)}$
Polypol	$N \to \infty$	c	$\to 0$	$\frac{a-c}{b}$

Mit mehr Firmen sinkt der Preis in Richtung der Grenzkosten; die Gesamtmenge steigt.